

NEXTIA

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

5



UVP

UNIVERSIDAD
DEL VALLE DE PUEBLA

Directorio

Presidente de la Junta de Gobierno Mtro. Jaime Illescas López

Rectora Dra. María Hortensia Irma Lozano e Islas

Director de la División de Ingenierías Ing. Eduardo Torres García

Editoras Responsables Dra. María Hortensia Irma Lozano e Islas
Mtra. Irma Higinia Illescas Lozano

Coordinadora Editorial y de Publicaciones Mtra. Laura Serrano Zenteno

Diseño Editorial Alma Rosalia Cacacho Contreras

Nextia, año 4, No. 5, Julio del 2018, es una publicación cuatrimestral editada por la Universidad del Valle de Puebla S.C., calle 3 sur # 5759, Col. El Cerrito. CP. 72440, Puebla, Puebla, Tel. (222) 2669488, www.uvp.mx; Editoras Responsables: Dra. María Hortensia Irma Lozano e Islas y Mtra. Irma Higinia Illescas Lozano. Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04-2018-012418122300-203, ISSN: En trámite, ambos otorgados por el Instituto Nacional de Derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este Número, Mtra. Laura Serrano Zenteno, Coordinadora Editorial y de Publicaciones de la Universidad del Valle de Puebla S.C., calle 3 sur # 5759, Col. El Cerrito. CP. 72440, Puebla, Puebla. Fecha de la última modificación, 15 de Julio del 2018. Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan las posturas de la Universidad del Valle de Puebla, de la Editora Responsable o de la coordinadora de la publicación.

Índice

Caracterización de un sistema de amortiguamiento:
desarrollo de un simulador

Claudio Alfredo Jiménez Carranza
Pablo Sánchez Sánchez

5

Robótica cooperativa para el transporte de objetos:
revisión histórica de estrategias

José Rodrigo Cuautle Parodi
Eduardo Berra Villaseñor
Mónica Pérez Castañeda

17

El razonamiento lógico en la enseñanza de las
matemáticas

Francisco Javier Pérez Rojas

26

Impresión 3D: UVP KALTIA

Claudio Alfredo Jiménez Carranza
Mónica Pérez Castañeda
Guadalupe Scarlett Pineda Rivera

29

“No hay mejor tecnología futurista que nuestro cerebro en su afán de superar los desafíos”.

Anónimo.



La ciencia avanza a pasos agigantados y aunque en la actualidad sigue siendo un tema controversial, como lo afirma, por ejemplo, el futurista alemán Gerd Leonhard autor del libro *La tecnología contra la humanidad, el choque entre el hombre y la máquina*, no deja lugar a dudas, al pensar que esta pueda llegar a un grado tecnológico que atente con la integridad o seguridad del ser humano con la llamada inteligencia artificial. Es ineludible lo que la tecnología ha hecho posible en diferentes ámbitos como la medicina, la educación, el medio ambiente y, en general, en la vida cotidiana, aumentado la calidad de vida.

Los avances tecnológicos que hoy en día se conocen son gracias a una mente maestra. En donde las ideas, pensamientos y razonamientos se traducen en nuevas creaciones cobrando sentido en un prototipo y en el mejor de los casos en una simulación que permita el acercamiento a la realidad.

En este número de la Revista *Nextia*, se reúne información valiosa. A su vez, se invita al lector a disfrutar de temas relevantes relacionados con el desarrollo de un simulador de un sistema de amortiguamiento. El lector, además, encontrará un artículo sobre robótica cooperativa para el transporte de objetos. Asimismo, el lector podrá encontrar un artículo que aborda el razonamiento lógico matemático en la enseñanza de las matemáticas y, para concluir, se describe la impresión en 3D, tomando como punto de partida el centro de impresión 3D “Kaltia”, recientemente inaugurado en la Dirección de Ingeniería de la Universidad del Valle de Puebla, el trabajo exhorta a nuestros estudiantes, futuros profesionistas, a ser partícipes de esta revolución tecnológica desarrollando el pensamiento crítico en beneficio del hombre.

Mtra. Claudia Beatríz Guerra Arciniega
Coordinadora de Ingeniería Industrial
Universidad del Valle de Puebla

Caracterización de un sistema de amortiguamiento: desarrollo de un simulador

Claudio Alfredo Jiménez Carranza
Pablo Sánchez Sánchez

Introducción:

Con la era de la robótica, varias áreas se han involucrado unas con otras, provocando la automatización de procesos de distintas tareas hechas por el humano. La mecánica, electrónica, matemática, informática, nos han mostrado las distintas áreas en la que la robótica se puede hacer presente.

Los modelos matemáticos nos han dado la posibilidad de conocer ecuaciones de movimientos de sistemas comúnmente usados, los cuales están fundamentados en una serie de hipótesis, leyes y teorías, las cuales nos ayudan a conocer más acerca de un sistema dinámico.

Una suspensión es un sistema de amortiguamiento, el cual nos permite absorber y dibujar todas las irregularidades de un terreno, eliminando los golpes que se presenten. Los componentes de una suspensión se pueden clasificar en 3 categorías respecto a su funcionamiento: 1) los órganos geométricos y estructurales de la unión rueda-bastidor, 2) los muelles y 3) los amortiguadores.

En la unión de la rueda al bastidor se han estudiado numerosas soluciones en las cuales se clasifican a las ruedas rígidas y a las independientes (donde el movimiento de una rueda no induce al movimiento de la otra). Todas las suspensiones de puente rígido están completadas por una conexión con el bastidor, tanto para las fuerzas de propulsión y frenado, como para



la fuerza generada en las curvas, en el caso de la suspensión por ballesta (ya sea por bielas sencillas o dobles) puede llegar a desarrollarla simplemente por una horquilla con perno. La suspensión se compone de:

- Resortes: Los resortes son los encargados de absorber las irregularidades del terreno, pueden ser metálicos o no metálicos.
- Resortes metálicos: Son resortes de láminas (ballestas, resortes de espirales-muelles- y barras de torsión).
- Resortes no metálicos: Resortes de goma y neumáticos.
- Amortiguadores: Son los encargados de oponerse a las fuerzas que se presentan.

Para caracterizar las suspensiones, es necesario conocer sus ecuaciones de movimiento, obteniéndolas a través de sus leyes físicas, en las cuales tenemos que considerar la dinámica de la suspensión, para con ello realizar los cálculos correctos.

EL objetivo de este artículo consiste en analizar los sistemas de amortiguamiento, para poder hacer una caracterización, presentando una técnica de simulación a bloques con Simulink® de Matlab®, facilitando el entendimiento de un sistema de amortiguamiento, para posteriores aplicaciones. Simulink® de Matlab®, es una herramienta nueva, la cual facilita la obtención de sus *seales* de funcionamiento del sistema.

Los apartados del artículo se presentarán de forma distribuida como se muestra a continuación: II. El modelado de la suspensión, III. La simulación de la respuesta del sistema con los bloques de Simulink®, IV. Aplicaciones y V. Conclusiones.

II. El modelado de la suspensión

La suspensión que se examinará es un sistema de un grado de movilidad con vibraciones mecánicas, para entender mejor su dinámica se analizará de forma mecánica mediante la sumatorias de sus fuerzas, siguiendo su analogía

eléctrica, para así poder fundamentar correctamente su modelo de Euler-Lagrange.

a) *Modelo mecánico:*

b) : Para una suspensión la cual funciona con una masa, resorte, amortiguador dividido en dos partes, para así sujetar un neumático, se consideró el siguiente diagrama mecánico (figura 1).

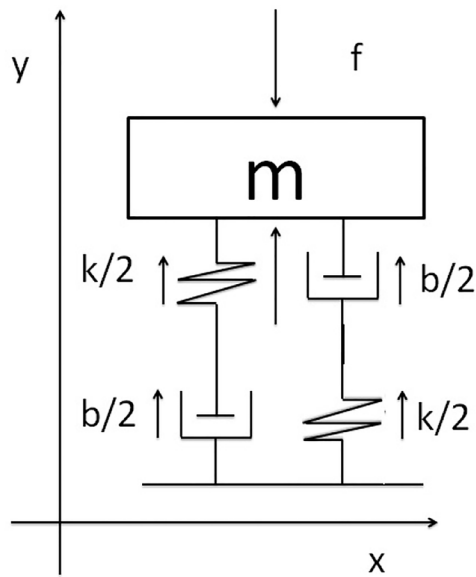


Fig. 1. . Modelo mecánico de la horquilla.

Considerando que el movimiento de la suspensión es uniforme, es decir, que la suspensión rebota de la misma forma de un lado que del otro, se supone que los resortes y los amortiguadores son iguales y para un cálculo práctico se propuso que fueran divididos entre dos.

En el sistema mecánico propuesto, podemos apreciar una fuerza f , a la cual se le oponen otras cinco fuerzas, las que hallamos en los amortiguadores ($b/2$), en los resortes ($k/2$) y en la masa (m), por tanto, su ecuación de movimiento y por segunda Ley de Newton ($f = ma$), considerando la sumatorias de fuerzas en el eje Y, ($\sum f_y = ma$), sería:

$$\textcircled{1} \quad \frac{md^2y}{dt^2} = \tau - \frac{k}{2}y - \frac{k}{2}y - \frac{bdy}{2dt} - \frac{bdy}{2dt}$$

Igualando al \mathcal{T}

$$\textcircled{2} \quad \frac{md^2y}{dt^2} + \frac{k}{2}y + \frac{k}{2}y + \frac{bdy}{2dt} + \frac{bdy}{2dt} = \tau$$

Lo cual se puede expresar de la siguiente manera:

$$\textcircled{3} \quad m\ddot{y} + \frac{k}{2}y + \frac{k}{2}y + \frac{b}{2}\dot{y} + \frac{b}{2}\dot{y} = \tau$$

Que es igual a:

$$\textcircled{4} \quad m\ddot{y} + ky + b\dot{y} = \tau$$

Lo cual por transformada de Laplace: \mathcal{L}

$$\textcircled{5} \quad (ms^2 + k + bs)y(s) = \tau(s)$$

Para lo cual, la función de transferencia sería:

$$\textcircled{6} \quad \frac{y(s)}{\tau(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k}$$

c) Análoga eléctrica:

d) : A lo anterior podemos encontrar una analogía eléctrica y así verificar la función de transferencia del análisis mecánico y del eléctrico. Viendo que ambas son análogas se propuso la siguiente analogía eléctrica para el modelo mecánico (figura 2).

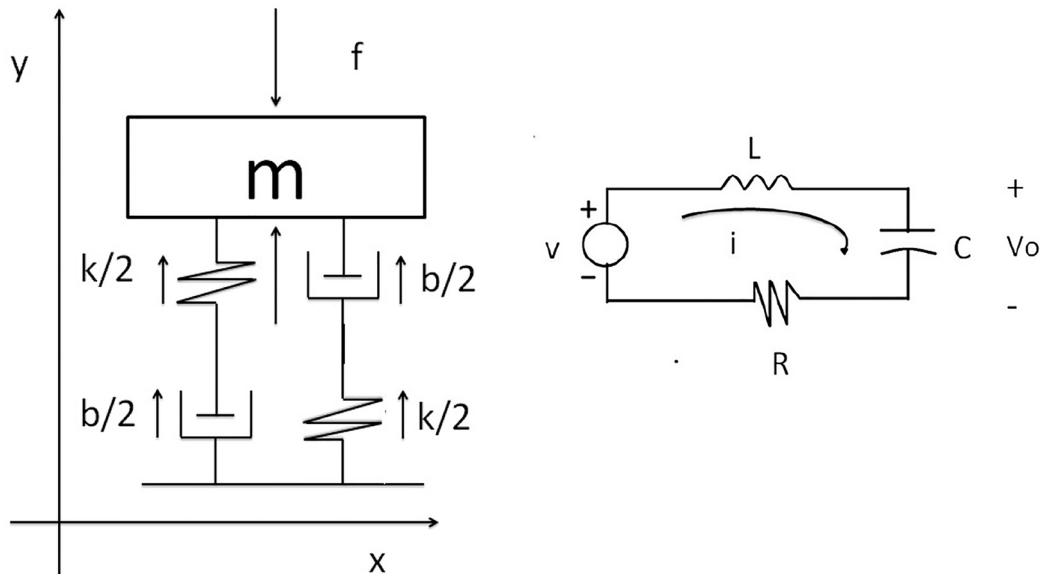


Fig. 2. Análoga eléctrica del modelo mecánico

Analizando el circuito anterior y aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff, que dice que el voltaje total es la suma de todos sus voltajes del circuito cerrado $V = \sum V$, tenemos:

$$(7) \quad v = \frac{Ldi}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t)dt + Ri$$

Lo cual por transformada de Laplace, tenemos: \mathcal{L}

$$(8) \quad v(s) = LsI(s) + \frac{1}{Cs}I(s) + RI(s)$$

Simplificando tenemos:

$$(9) \quad v(s) = I(s)(Ls + \frac{1}{Cs} + R)$$

de modo que $I(s)$ es igual a:

$$(10) \quad I(s) = \frac{v(s)}{Ls + \frac{1}{Cs} + R}$$

Por lo tanto, y considerando que la función de transferencia es $G(s) = \frac{\mathcal{L}(salida)}{\mathcal{L}(entrada)}$ (figura 14) es nuestra salida, tenemos:

Donde v_o :

$$(11) \quad v_o = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

Lo cual por transformada de Laplace, tenemos: \mathcal{L}

$$(12) \quad v_o(s) = \frac{1}{Cs} I(s)$$

Por lo tanto, considerando $G(s) = \frac{\mathcal{L}(salida)}{\mathcal{L}(entrada)} = \frac{v_o(s)}{v(s)}$ en (9) y (12) tenemos

$$(13) \quad \frac{v_o(s)}{v(s)} = \frac{\frac{1}{Cs} I(s)}{I(s)(Ls + \frac{1}{Cs} + R)} = \frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{LCs^2 + RCs + 1}{Cs}} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

En donde comparando las funciones de transferencia en (6) y (13), podemos apreciar que son análogas con la siguiente igualdad:

$$m = L, \quad b = R \quad k = \frac{1}{C}$$

1) Modelo de Euler-Lagrange:

a) : Teniendo en cuenta la representación mecánica de la suspensión y considerando que la longitud (l) de la altura cambia, se puede pensar en que si existe una variante en el ángulo q , la longitud (l) también cambia, lo cual podemos decir que la longitud l varía a partir del ángulo q (figura 3).

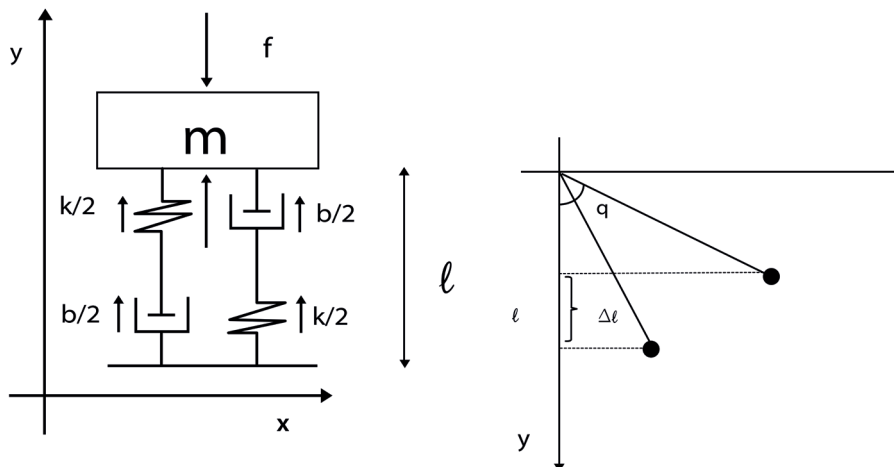


Fig. 3. Análisis de movimiento.



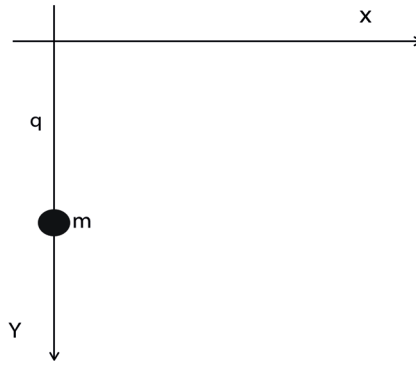


Fig. 4. Modelo para análisis Euler-Lagrange.

Considerado lo anterior y aplicando el mismo concepto, se representará el desplazamiento que sufre la masa m respecto al cambio que sufra q (figura 4).

b) *Paso 1. Cinemática Directa:* El modelo cinemático directo de una suspensión describe la relación entre la posición q y el desplazamiento del dispositivo terminal del sistema de amortiguamiento respecto a la masa m , conociendo así su posición en el espacio (x, y, z) .

Con base a la figura 4 podemos describir su posición en el espacio respecto a las variantes de q , teniendo en cuenta nuestra masa m .

$$(14) \quad m = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -q \\ 0 \end{pmatrix}$$

c) *Paso 2. Vector de Velocidad:* Al conocer el vector posición de nuestro sistema, conocemos todas sus ubicaciones en el plano x, y, z , la cual podemos derivar, conociendo la velocidad del vector $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ que sería:

$$(15) \quad v = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

De lo cual obtenemos:

$$(16) \quad v = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\dot{q} \\ 0 \end{pmatrix}$$

d) *Paso 3. Velocidad al cuadrado:* La velocidad al cuadrado, considerando que es un vector, se define como:

$$(17) \quad v^2 = \|v\|^2 = v^T v$$

Considerando la *energía cinética* que se presenta en la ecuación (2.25), el poste ajustable representaría la siguiente manera.

$$(18) \quad k(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m v^T v + \frac{1}{2} I \dot{q}^2$$

Por lo tanto, la velocidad al cuadrado resulta ser:

$$(19) \quad v^2 = (0, -\dot{q}, 0) \begin{pmatrix} 0 \\ -\dot{q} \\ 0 \end{pmatrix} = \dot{q}^2$$

De acuerdo a la ecuación (3.62), la energía cinemática sería:

$$(20) \quad k(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 + \frac{1}{2} I \dot{q}^2$$

En la cual, considerando que el movimiento del sistema es solo translacional, es decir que el movimiento angular es cero, tenemos:

$$(21) \quad k(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} m \dot{q}^2$$

e) *Paso 4. Energía potencial:* Como se mencionó en un principio, solo se está analizando el movimiento que sufre la masa respecto a q , considerando como conocido el movimiento del resorte (amortiguador) que se retomará más adelante, por lo cual según lo dicho, nuestra altura viene dada por:

$$(22) \quad q = q_{inicial} - q_{final} = h$$

Considerando que q varía, provocando que la longitud cambie de una posición inicial a una final, provocando que tengamos nuestra altura h , por lo tanto, nuestra energía potencial es:

$$(23) \quad u(q) = mgh = mgq$$

f) *Paso 5. Lagrangiano:* Por Lagrangiano se entiende que tenemos la diferencia de la energía cinética y la energía potencial, como se mostró en la ecuación (2.23), lo cual sería de la siguiente manera:

$$(24) \quad \mathcal{L}(q, \dot{q}) = k(q, \dot{q}) - u(q)$$

Lo cual desarrollado sería:

$$\begin{aligned} (25) \quad \mathcal{L}(q, \dot{q}) &= k(q, \dot{q}) - u(q) \\ \mathcal{L}(q, \dot{q}) &= \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - mgq \end{aligned}$$

g) Paso 6. Ecuaciones de Euler-Lagrange: Las ecuaciones de movimiento de Euler-Lagrange, descritas en la ecuación (2.24) vienen dadas por:

$$(26) \quad \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q} = \tau$$

Que al desarrollarlo se obtiene:

$$(27) \quad \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} = \frac{1}{2}m \frac{\partial \dot{q}^2}{\partial \dot{q}} = m\dot{q}$$

El resultado de la ecuación (27), podemos obtener lo siguiente:

$$(28) \quad \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right] = m \frac{d\dot{q}}{dt} = m\ddot{q} \frac{dq}{dt} = m\ddot{q}$$

Finalmente, para resolver el término $\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q}$ obteniendo:

$$(29) \quad \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q} = -mg \frac{\partial q}{\partial q} = -mg$$

Considerando los resultados que se obtuvieron (28) y (29), y substituyendo en (26) se obtiene:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q} = \tau$$

$$(30) \quad m\ddot{q} - (-mg) = \tau$$

$$m\ddot{q} + mg = \tau$$

Ahora, considerando la estructura del torque (\mathcal{T}), la cual nos dice que el torque (\mathcal{T}) es la diferencia entre los torques que se experimentan en un movimiento, en los cuales tenemos al par aplicado (τ_a), el par debido a la fricción (τ_f) y el par debido a la interacción con el medio (τ_e).

$$(31) \quad \mathcal{T} = \tau_a - \tau_f - \tau_e$$

Donde a τ_f que es el torque debido a la fricción, se considerará la fricción por coulomb la cual se define por:

$$(32) \quad \tau_f = b\dot{q}$$

Y τ_f que es el torque debido a la interacción con el medio, la cual se define por la matriz jacobiana transpuesta por h .

$$(33) \quad \tau_f = \mathcal{J}^t h$$

En donde si $h = 0$ el sistema no tiene interacción con el ambiente y si $h = 1$ se dice que interactúa con él, para lo cual, el sistema del poste ajustable no presenta interacción con el ambiente, por tanto $h = 0$.

h) : Obteniendo una estructura para \mathcal{T} que sería de la siguiente manera

$$(34) \quad \tau_a - b\dot{q} = \tau$$

i) : Por lo consiguiente igualando la \mathcal{T} que se obtuvo con las ecuaciones de Euler-Lagrange, y la estructura que presenta \mathcal{T} , tenemos lo siguiente:

$$m\ddot{q} + mg = \tau$$

$$(35) \quad \tau_a - b\dot{q} = \tau$$

$$m\ddot{q} + mg = \tau_a - b\dot{q}$$

Que al resolverlo, es decir, despejar el par aplicado, se tiene:

$$(36) \quad m\ddot{q} + b\dot{q} + mg = \tau_a$$

j) : Al pensar en una representación en espacio de estados de la $\dot{x} = Ax + Bu$, forma, con una salida $y = Cx + Du$, es correcto decir que se busca simplificar las ecuaciones diferenciales que se han obtenido, al ver un número menor de variables, donde se pueden definir como:

- A = matriz del sistema.
- B = matriz de entrada.
- C = vector de salida.
- D = vector de pre-alimentación.
- \dot{x} = vector de estados (contiene la variables de estado).
- W = derivada del vector de estados.
- y = vector de salida.
- u = vector de entrada.

En el caso del poste ajustable tenemos hasta el momento la ecuación de movimiento de la forma:

$$(37) \quad m\ddot{q} + b\dot{q} + mg = \tau_a$$

En donde si consideramos el siguiente cambio de variables respecto al desplazamiento que ocurre en el sistema, dejando en términos de x tenemos:

$$(38) \quad \begin{array}{ll} x_1 = q & \dot{x}_1 = \dot{q} = x_2 \\ x_2 = \dot{q} & \dot{x}_2 = \ddot{q} \end{array}$$

Lo cual si se recuerda la analogía eléctrica propuesta para el sistema mecánico (figura 2), se obtuvo que, por ley de voltajes de Kirchhoff, la suma de los voltajes en el circuito cerrado era igual a 0, ecuación (7).

$$(39) \quad v = \frac{Ldi}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t)dt + Ri$$

En el que se conoció la analogía eléctrica respecto al modelo mecánico, donde $v = f$, $i = \dot{x}$, $L = m$, $\frac{1}{C} = k$ y $R = b$, en donde si cambiamos nuestras variables para así verlo en término de fuerzas y no de voltajes, tenemos:

$$f = \frac{m d\dot{x}}{dt} + k \int \dot{x} dt + b\dot{x}$$

(40)

$$f = \frac{m d\dot{x}}{dt} + kx + b\dot{x}$$

Considerando el término kx y sabiendo que en la representación de estados $x_1 = q$, sabiendo que nuestro $\tau_a = fuerza$, entonces el término kx debe ser considerado en (36), teniendo:

$$(41) \quad m\ddot{q} + b\dot{q} + kq + mg = \tau_a$$

Conociendo su representación en espacio de estados, de la forma $\dot{x} = Ax + Bu$.

$$(42) \quad \begin{array}{ll} x_1 = q & \dot{x}_1 = \dot{q} = x_2 \\ x_2 = \dot{q} & \dot{x}_2 = \ddot{q} = m^{-1}(\tau_a - bx_2 - kx_1 - mg) \end{array}$$

En donde para conocer la matriz A y el vector B , se tiene:

$$(43) \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \tau_a} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \tau_a} \end{bmatrix} u$$

Por lo siguiente se tiene:

$$(44) \quad \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{-k}{m} & \frac{-b}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u$$

2) Parámetros físicos de la horquilla:

a) : Después de haber hallado la estructura matemática que describe al problema, necesitamos conocer los parámetros físicos que la conforman, como son: el recorrido, la constante del resorte, el amortiguamiento, la masa del usuario, etcétera, para lo cual el modelo del sistema analizado fue:

$$(45) \quad m\ddot{q} + b\dot{q} + kq + mg = \tau$$

b) : Ahora bien, las horquillas para bicicletas más comerciales, tienen ya establecidos parámetros para sus productos, en lo cual, se propone un promedio de los productos hoy existentes en el mercado, proponiendo sus parámetros físicos más comunes.

c) : Para posteriormente desarrollar el simulador, se necesitan conocer todos estos parámetros físicos presentados en la siguiente tabla:

Descripción:	Notación	Valor	Unidades
Masa (Considerando manubrio)	m	.815	kg
Recorrido de la horquilla	q	.120	m
Constante k del resorte	$k/2$	15.54	N
Constante k del resorte	$k/2$	15.54	N
Constante b amortiguador	$b/2$	3.73	Nm/seg
Constante b amortiguador	$b/2$	3.73	Nm/seg
Aceleración de la gravedad	g	9.81	m/s ²

III. La simulación de la respuesta del sistema con los bloques de Simulink®

Considerando que hemos analizado las ecuaciones de Euler-Lagrange tenemos:

$$(46) \quad M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau$$

Identificamos $M(q) = m, c(q, \dot{q}) = b$ y a $g(q) = kq + mg$, para la cual se piensa en el modelo PD dado por:

$$(47) \quad \tau = kp\ddot{q} - kv\dot{q} + g(q)$$

Donde:

$$(48) \quad \ddot{q} = \ddot{q}_d - \ddot{q}$$

Suponiendo que K_p y K_v son las matrices de ganancia proporcional y ganancia derivativa, respectivamente; y \ddot{q} es el error de posición definido como la diferencia entre la posición deseada y la real, ecuación (48). Relacionando las ecuaciones (46) y (47) se puede obtener la siguiente ecuación del movimiento:

$$(49) \quad \begin{aligned} M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) &= kp\ddot{q} - kv\dot{q} + g(q) \\ M(q)\ddot{q} + c(q, \dot{q})\dot{q} &= kp\ddot{q} - kv\dot{q} \end{aligned}$$

Lo cual una representación de espacios de estados sería:

$$(50) \quad \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{q} \\ m^{-1}(kp\ddot{q} - kv\dot{q} - b\dot{q}) \end{bmatrix}$$

ya que al despejar \ddot{q} de (49) se obtiene:

$$(51) \quad \ddot{q} = m^{-1}(kp\ddot{q} - kv\dot{q} - b\dot{q})$$

Por lo cual, ahora el objetivo de la simulación es realizar el diagrama a bloques del sistema en función a la ecuación (51), el diagrama a bloques es el siguiente (figura 5): En la figura 6 podemos apreciar la función descrita en la ecuación (51), la cual la resta de la posición deseada a \dot{q} posición, W es multiplicada por un K_p propuesto y al cual es sumado por un K_v la suma de las b .

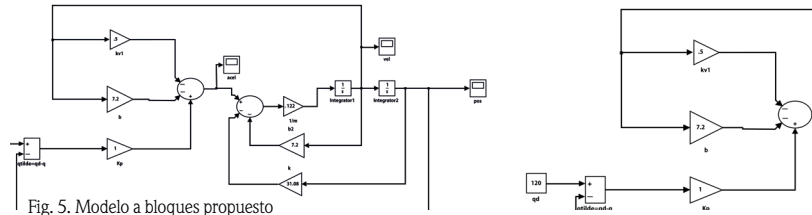


Fig. 5. Modelo a bloques propuesto

En la figura 7 podemos ver el diagrama de $C(q, \dot{q})$ y la fuerza centrípeta, obtenida en la ecuación (46), la cual no es más que la constante del amortiguador y la constante k del resorte, que son las sumas de nuestra variables $k/2$ y $b/2$.

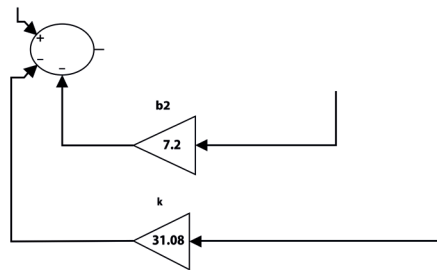


Fig. 7. Modelo a bloques de coriolis y fuerza centrípeta.

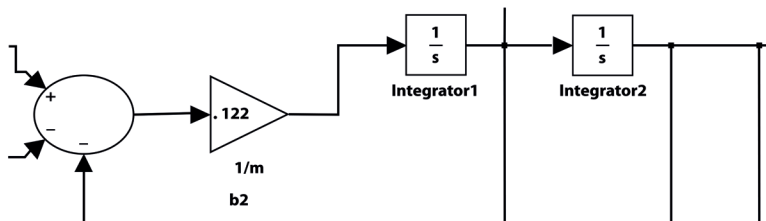


Fig. 8. Modelo a bloques de la matriz inversa, la velocidad y la posición.

En la figura 7 se aprecia la matriz inversa obtenida en la ecuación (46), al igual que la integración de la aceleración, obteniendo la velocidad y la integración de la velocidad obteniendo la posición.

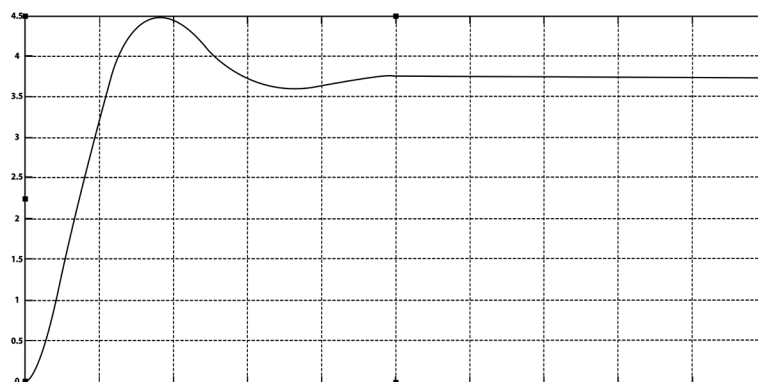


Fig. 9. Posición a los 120 mm. originales de una suspensión.

IV Aplicaciones

Una aplicación de la caracterización que se ha desarrollado y pensado en esto desde un principio, es la horquilla con suspensión.

Las suspensiones en bicicletas en las que se puede aplicar lo realizado son en una bicicleta rígida¹ y del poste ajustable del asiento, en las cuales se presentarán dos modelos diferentes pero al mismo tiempo muy similares ya que hablamos del mismo trabajo de suspensión aplicado de diferentes maneras.

1: Se le conoce como bicicleta rígida aquellas que solo cuentan con suspensión en la horquilla y no en la parte trasera del cuadro.

V Conclusión

Mediante el estudio de las suspensiones, se puede ver cómo es su comportamiento, al cual, con sus ecuaciones de movimiento obtenido, se conoce el comportamiento de estos sistemas de amortiguamiento. El propósito de la investigación fue resaltar (hacer notar) el comportamiento de la horquilla de la bicicleta, con ello podemos continuar con la investigación planteando nuevos objetivos, siempre buscando proporcionar al usuario herramientas de ingeniería para su uso cotidiano en la vida diaria, pero también en el ciclismo.

VI Referencias

Sánchez Sánchez, P. (2005). *Control cartesiano de robots manipuladores*. [Tesis de Maestría], FCE/BUAP: México.

Kelly, R. Y Santibez, V. (2003). *Control de movimiento de robots manipuladores*. Pearson educación: Madrid, ISBN: 84-205- 3831-0.



Robótica cooperativa

José Rodrigo Cuautle Parodi
Eduardo Berra Villaseñor
Mónica Pérez Castañeda

La robótica cooperativa (Bekey, Ambrose, Kumar, Lavery, Sanderson, Wilcox, Zheng, 2008) se refiere a múltiples robots que realizan actividades de forma coordinada. Toma influencia de animales que muestran comportamientos relativamente simples, pero que con la comunicación e interacción entre vecinos se posibilitan comportamientos complejos fundamentales para la navegación, alimentación y construcción, entre otras actividades.

Los robots cooperativos pueden acoplarse automáticamente para desempeñar tareas de locomoción y manipulación que un solo robot no podría, además, como sistema, son más tolerantes a fallos que un solo elemento.

Existe un interés creciente en aplicaciones de robótica cooperativa en campos como minería, manufactura, milicia, construcción, transporte, agricultura, servicios, mantenimiento y exploración submarina y del espacio (Sanderson, 1998).

Sin embargo, coordinar un colectivo robótico para la ejecución de tareas útiles implica grandes retos, entre los que se encuentran: la localización, la navegación, la comunicación (entre robots y con usuarios humanos) y la escalabilidad.

Localizar un robot significa conocer las coordenadas de su posición y orientación, por medio de sensores. En el caso de emplear odómetros, se tendrá una acumulación de errores, por lo que no es un método adecuado para largos periodos de tiempo, tampoco es factible el uso de monitores que supervisen los movimientos de robots y objetos, debido a los grandes costos que implican los sensores, equipo de cómputo y de comunicaciones requeridos para tal solución (Yang, Watanabe & Izumi, 2005).

Algunas aplicaciones pueden requerir formaciones, resultando necesario controlar los procesos de establecimiento de la formación, el mantenimiento de la

para el
transporte
de
objetos

arte tos:

isión histórica de estrategias



misma o el cambio a otra diferente. Si existen robots manteniendo cierta formación (Chia & Hsu, 2007), los errores de posición pueden propagarse a través de la cadena de robots, lo que resulta inapropiado en algunas aplicaciones, como el transporte de un solo objeto por una formación de robots, donde se permiten errores muy pequeños.

Hablar de la navegación de un colectivo robótico (Sanderson, 1998), significa controlar las trayectorias de los robots para la ejecución de tareas comunes, evitando colisiones y reduciendo distancias y tiempos.

Por otra parte, el establecimiento de sistemas de comunicación en operaciones cooperativas es aún un problema abierto (Bekey, et al., 2008), decisiones sobre el tipo de información a transmitir entre sus integrantes, seleccionar emisores y receptores según la situación del momento, determinar la información que se debe agregar a la base de conocimientos, son ejemplos de estos problemas.

Cuando se mueve un robot, sus vecinos cambian y, por lo tanto, también lo hacen las relaciones con su ambiente, consecuentemente, la información que adquiere y las acciones por ejecutar cambian constantemente. No solo la topología de red es dinámica sino que los comportamientos cambian según cambia la topología. Es muy difícil predecir el desempeño de tales sistemas dinámicos y cooperativos de robots en red.

Si los robots solo se comunican por medio de sensores con otros robots localmente, sin un canal general de comunicaciones, los robots perderán la comunicación entre ellos cuando estén fuera de vista. Por contraparte, si se emplea una red de comunicaciones, pueden

existir retrasos, pérdida de datos, o incluso la pérdida de la red. En la robótica cooperativa existe un largo camino para la creación de redes de robots robustas que puedan realizar tareas físicas en el mundo real (Bekey, et al., 2008).

Actualmente las redes robóticas tienden a limitarse a reaccionar ante instrucciones específicas provistas por un humano; en aplicaciones futuras, los robots deberán interactuar con una complejidad mayor a la obediencia de comandos. Deben entonces establecerse formas efectivas para que varios humanos sean integrados en la red robótica sin preocuparse acerca de las características específicas de robots individuales. Un reto mayor es crear redes proactivas de robots que anticipen nuestras necesidades en lugar de reaccionar, con cierto retraso, a comandos humanos.

La escalabilidad de un sistema cooperativo significa flexibilidad para remover o añadir robots a una formación, realizando los ajustes necesarios para ejecutar la misión programada. Actualmente no se dispone de una metodología suficientemente robusta para la creación de redes de robots auto organizados, que etiquete y controle a sus integrantes de manera descentralizada. Se requiere investigación básica en la intersección de control, percepción y comunicación (Bekey, et al., 2008).

Con el panorama anterior, el objetivo de este artículo es describir parcialmente la evolución de estrategias propuestas en años relativamente recientes, útiles para el transporte colectivo de objetos por medio de robots, atendiendo los problemas de localización, navegación, comunicación y escalabilidad.



Metodología

La búsqueda de información se realizó de forma manual en las fuentes incluidas en EBSCO y en la sección abierta de CONRICyT en el idioma inglés, los descriptores empleados son *cooperative robotics*, *collective robotic* y *transport*.

El criterio para la inclusión de fuentes de información es que presenten alguna estrategia con aplicabilidad para el transporte cooperativo mediante sistemas multi-robot, haciendo énfasis en los procesos de localización, navegación, comunicación y escalabilidad, que describan aplicaciones innovadoras realizadas, o aplicaciones potenciales y que hayan sido publicados alrededor de la primera década del presente siglo. La revisión consiste en una bibliografía comentada más una tabla resumen.

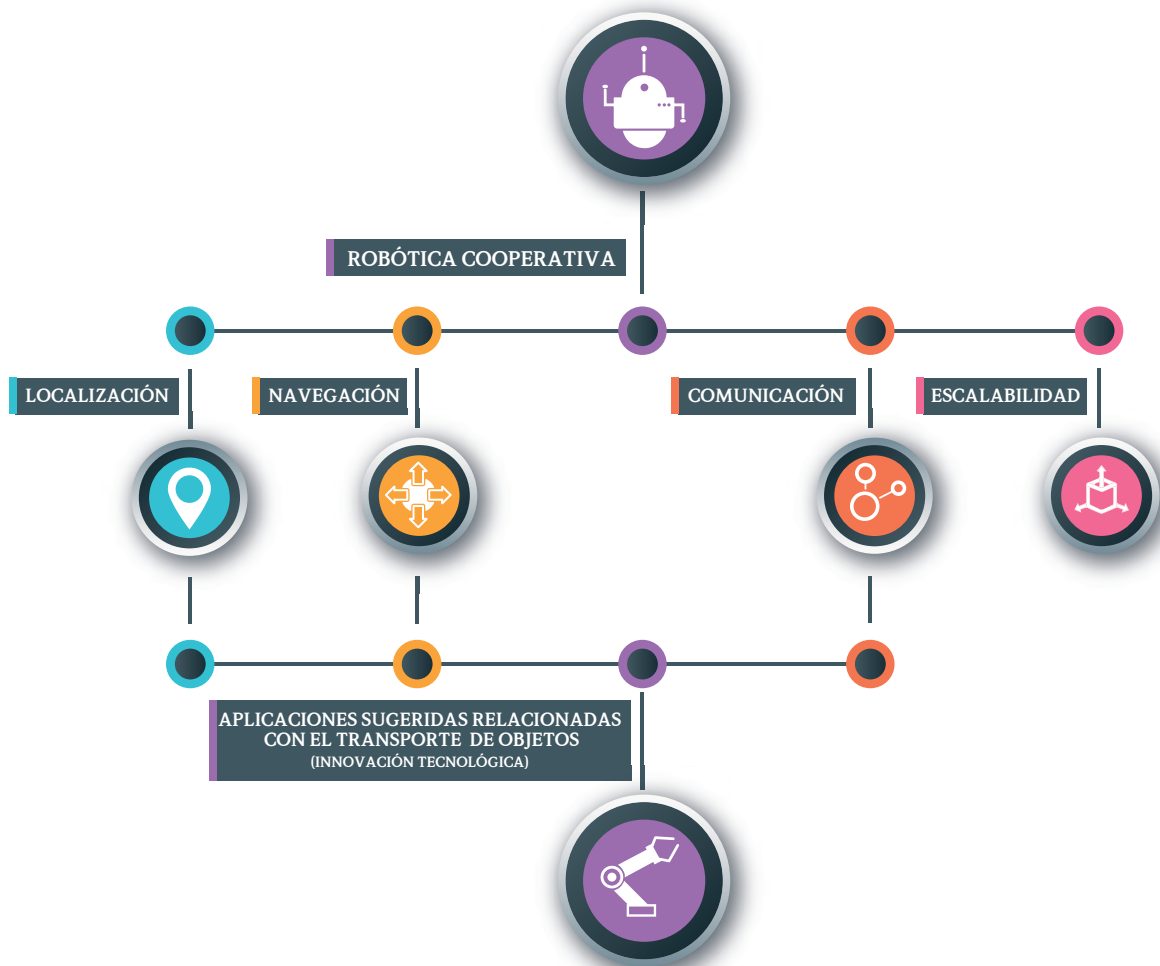


Fig. 1. Procesos descritos de la robótica cooperativa bajo diferentes estrategias.

I. Revisión de Estrategias

1.1. Localización

La navegación de un robot móvil individual está limitada por la acumulación de errores provenientes de sus sensores, por esta razón a menudo se emplean marcas en el ambiente para proveer una referencia de navegación.

Para Sanderson (1998), las posiciones relativas entre un grupo de robots coordinados pueden ser utilizadas para promediar y mejorar la estimación del grupo sobre las posiciones individuales. Para esto, además de las mediciones de sus sensores, se requiere un canal para el intercambio de información: posiciones relativas e información de control. El algoritmo del sistema de navegación cooperativa detecta las posiciones entre robots para mejorar la estimación de la posición y, por tanto, el control de la trayectoria de un grupo de robots. En esta formulación, el espacio de posiciones de todos los robots es estimado simultáneamente usando un filtro tipo Kalman.

Pocos de los métodos existentes en robótica cooperativa son capaces de transportar objetos en forma coordinada y omnidireccional, lo cual es un requerimiento importante para el transporte en espacios estrechos. Yang, Watanabe e Izumi (2005) presentan, en este sentido, un enfoque que imita el comportamiento humano en la manipulación cooperativa de lo que se denomina “objeto de referencia común”, siendo este un mismo objeto transportado en forma cooperativa por los robots.

Más detalladamente, “objeto de referencia común” significa que, en un sistema de transporte cooperativo, la planificación de movimientos de cada agente está basada en su propio sistema de coordenadas locales, las cuales están definidas con respecto al objeto a ser transportado, a diferencia de otros métodos que hacen referencia a los demás agentes participantes.

Empleando un sistema de múltiples robots no holónomicos bajo un sistema de control descentralizado, Yang (et al., 2005) recurre a un marco de líder-seguidores donde los seguidores deben moverse según las indicaciones de un líder.

Los comandos de control para los seguidores se generan a través de métodos de cómputo suave como la lógica difusa, redes neuronales o algoritmos genéticos. En su estudio, Yang (et al., 2005) presenta resultados de simulaciones de movimientos donde un robot líder y dos seguidores deben mover (en forma coordinada) un objeto en forma de triángulo.

Por otra parte Chia y Hsu (2007) proponen una taxonomía para formaciones robóticas cooperativas, entendiéndose por formación al patrón geométrico específico que mantiene un equipo de robots mientras ejecuta movimientos. La taxonomía clasifica los sistemas formados bajo dos criterios: la forma de control y si los robots son distinguibles o anónimos. El primer criterio se divide en tres partes: Patrón de la formación, Tipo de referencia y Tipo de control.

Dentro de los Patrones de la formación destacan: los tipos línea, columna, círculo y cuña. Para el Tipo de referencia se mencionan las referencias basadas en otros robots vecinos (anónimos) o la referencia a un robot líder (distinguible). Otra forma de referencia es el uso de múltiples puntos que no corresponden a robots para determinar la posición de los mismos. La capa de control robótico se encarga de dirigir a cada robot hacia su posición correcta según el tipo de forma y de referencia empleados. Esto último considerando la evasión de obstáculos y de otros robots.

La detección y seguimiento de un objeto de forma cooperativa por un equipo de sensores móviles es una extensión de la fusión de sensores en la que debe enfrentarse la incertidumbre generada por oclusiones, diferencias entre sensores y cambios de los ambientes observados debido a los cambios de posiciones de los robots. En este sentido Ahmad (2013), propone un enfoque bayesiano para tratar con estas incertidumbres bajo el escenario de una cancha de fútbol para robots. Se propone un algoritmo cooperativo para la localización del sistema multi-robot y del objeto seguido en un marco descentralizado para la implementación en tiempo real, así como un método centralizado de cómputo previo a la ejecución basado en la optimización de grafos para la localización del sistema multi-robot y del objeto bajo seguimiento.

1.2. Navegación

La navegación controlada de varios robots en un mismo entorno es un sistema complejo: para su comprensión, Bonabeau, Dorigo y Theraulaz (1999) presentan un estudio del comportamiento colectivo de hormigas de varias especies en tareas de búsqueda y recolección de comida. Los autores describen modelos probabilísticos para explicar el comportamiento de las colonias en la búsqueda de alimento, describen la ejecución de simulaciones de Monte Carlo para demostrar la validez de sus modelos al compararlos con el comportamiento de colonias reales.

Así también, Bonabeau (et al., 1999) describe aplicaciones de los modelos propuestos en problemas de optimización, tales como el de asignación cuadrática, el coloreado de grafos, la calendarización de trabajos, el ordenamiento secuencial y el ruteo de vehículos.

Diversos aspectos del comportamiento sensorial y motor de los animales pueden ser modelados en términos de inferencia Bayesiana, un enfoque que puede tratar la incertidumbre inherente y el ruido en el mundo natural. Con este marco Baddeley, Philippides, Graham, Hempel, Collett y Husbands (et al., 2009) propone un análisis de la orientación de abejorros durante el vuelo. Se emplea una técnica basada en la localización y mapeo simultáneos (SLAM por sus siglas en inglés), una herramienta de robótica autónoma, bajo un enfoque probabilístico Bayesiano. Baddeley (et al., 2009) plantea que la comprensión de la orientación de los abejorros durante el vuelo puede aprovecharse para el estudio del aprendizaje activo del espacio.

Fallahi y Leung (2010) proponen un método para asignar un comportamiento caótico a un sistema multirobot que debe alcanzar una serie de posiciones objetivo de manera cooperativa dentro de un ambiente determinado. Se basa en un controlador que asegura la generación de movimientos caóticos, lo que garantiza la cobertura total del espacio de trabajo conectado.

El enfoque adoptado por Fallahi y Leung no requiere mapas del ambiente ni un plan global de movimiento. Solo requiere la medición de la normal local hacia los límites del espacio cuando un robot está muy cerca de los mismos.

La asignación de objetivos se completa cuando todos los objetivos han sido alcanzados por al menos un robot móvil. La cooperación entre robots se logra con un robot actuando como amo, siendo el resto de los robots sincronizados por este. Fallahi y Leung (2010) presentan una estrategia denominada “de espejo”, empleada para generar movimientos cuando los robots están cerca de los límites del espacio de trabajo o en posibilidad

de colisionar con objetos estáticos. Fallahi y Leung presentan resultados de simulaciones donde se aprecian mejorías en los movimientos caóticos sincronizados contra los movimientos caóticos no sincronizados.

Ioannidis, Sirakoulis y Andreadis (2011) presentan un método para la planificación de caminos en ambientes dinámicos para sistemas de robots cooperativos bajo un esquema de control descentralizado, donde se ejecutan movimientos bajo diferentes formaciones. Su método emplea un sistema bidimensional de células para la creación de rutas libres de colisión y para mantener una formación inmutable del equipo de robots. Ioannidis (et al., 2011) define el concepto de autómatas celulares como el modelo de un sistema físico donde el espacio y el tiempo son discretos y las interacciones son locales. En este esquema cada robot se mueve hacia su posición final sin conocimientos previos del ambiente, tratando de seguir en línea recta hacia su objetivo, cada robot actúa dependiendo de las localizaciones y de los estados de sus vecinos.

1.3. Sistemas de Comunicación

Un recurso útil para el desarrollo de la tecnología cooperativa es la realización de torneos de fútbol con jugadores robóticos, en este contexto Ozaki, Yokota, Matsumoto y Asama (1999) proponen un sistema de comunicación para un equipo de fútbol soccer robótico, basado en una red local inalámbrica y un sistema de comunicación UDP/IP. Ozaki (et al., 1999) considera que la comunicación en tiempo real es más importante que la confiabilidad debido a la dinámica del juego: presentan una red conformada por tres robots y un computador central. El sistema de comunicación realiza una cantidad de reintentos de envíos de mensajes de acuerdo a condiciones de recepción cambiantes.

Otro esquema de cooperación es la búsqueda y recuperación de objetos dispersos, Bourgault, Furukawa, y Durrant-Whyte (2004) estudian la coordinación de un equipo de vehículos en tareas de búsqueda de objetivos perdidos. Bajo un enfoque bayesiano, la utilidad de una secuencia de control es una función de probabilidad del estado del objetivo. Cada integrante construye una estimación de las condiciones del objetivo basada en alguna función de densidad de probabilidad al comunicarse y fusionar la información proveniente

de sus colaboradores. Las utilidades incitan a los agentes a colaborar. La planificación cooperativa descentralizada, se logra a través de una negociación anónima basada en la comunicación de la información observada.

La integración de habilidades de percepción entre humanos y robots puede enriquecer la ejecución de tareas complejas como búsqueda y rescate. Ahmed, Sample, Yang, Lee, de la Garza, Elsamadisi y Campbell (2013) caracterizan y combinan diversos flujos de información provenientes tanto de robots como de humanos dentro de un marco probabilístico unificado que soporta la percepción, la conciencia situacional humana y la ejecución de tareas cooperativas entre humanos y robots. Este enfoque requiere interfaces humano-robot, modelos probabilísticos para explotar los datos del “sensor humano” y sofisticados métodos de inferencia Bayesiana para un aprendizaje eficiente y para la estimación de un estado dinámico en tiempo real.

1.4. Escalabilidad

En el contexto de un sistema multi-robot, la escalabilidad se refiere a qué tan bien funciona una estrategia dada cuando el tamaño del equipo crece y cómo es influenciada la productividad de cada robot. Teniendo esto en mente, el grado de interferencia entre robots es una medida de interés, así como lo es el número de veces que diferentes agentes comparten zonas cercanas.

Rosenfeld, Kaminka y Kraus (2006) realizan un estudio de la manera en que se afecta la productividad de un grupo de robots similares, atendiendo a un principio de la economía denominado Ley de Retorno Marginal, que indica que la adición de trabajadores a un grupo resulta en una contribución que a partir de algún punto, pierde productividad progresivamente conforme aumenta el número de integrantes.

Demuestran la existencia de una alta correlación negativa entre la interferencia entre robots en la ejecución de tareas y la productividad. Concluyen que la interferencia mostrada entre robots bajo diversas estrategias es alta y deben desarrollarse nuevos métodos para resolver este problema.

Portugal y Rocha (2013) comparan 5 estrategias (Chevaleyre, 2004), (Machado, Ramalho, Zucker y Drogoul, 2002), (Almeida, 2003) y (Elmaliach, Agmon y Kaminka, 2007) para patrullar un ambiente con un equipo dinámico de robots, comparando el desempeño y escalabilidad del mismo bajo diferentes ambientes. Portugal y Rocha concluyen que la interferencia entre robots colectivos bajo los métodos actuales aún es un problema importante, por lo que se requieren nuevas propuestas que atiendan la escalabilidad.

II. Resultados

Tabla Resumen de las estrategias revisadas							
Cita	temas descritos				Sustento teórico	Año	Posibles aplicaciones innovadoras
	Localización	Navegación	Comunicación	Escalabilidad			
(Bekey, et al., 2008)	✓	✓	✓	✓	Revisión del estado del arte	2008	Manufactura, telemedicina, aplicaciones militares, exploración submarina.
(Sanderson, 1998)	✓				Estadística Inferencial Filtro de Kalman Simulación.	1998	Construcción, transporte, agricultura, servicios de mantenimiento, exploración submarina y espacial
(Yang, Watanabe & Izumi, 2005)	✓				Lógica Difusa Redes neuronales artificiales Algoritmos genéticos. Simulación.	2005	Transporte coordinado de un objeto entre varios robots.
(Chia & Hsu, 2007)	✓	✓	✓	✓	Revisión del estado del arte.	2007	Búsqueda y rescate
(Ahmad, 2013)	✓				Inferencia Bayesiana.	2013	Inferencia Bayesiana.
(Bonabeau, Dorigo & Theraulaz, 1999)		✓			Simulación Monte Carlo.	1999	Optimización de sistemas.
(Fallahi & Leung, 2010)		✓			Teoría del Caos Simulación.	2010	Exploración de ambientes desconocidos.
(Ioannidis, Sirakoulis, & Andreadis, 2011)		✓			Autómata Celular.	2011	Diversas, sin especificar.
(Baddeley, et al., 2009)		✓			Inferencia Bayesiana.	2009	Exploración del espacio.
(Bourgault, Furukawa & Durrant-Whyte, 2004)			✓		Inferencia Bayesiana Utilidad.	2004	Búsqueda y rescate
(Ahmed, et al., 2013)			✓		Inferencia Bayesiana.	2013	Búsqueda y rescate.
(Ozaki, Yokota, Matsumoto & Asama, 1999)			✓		Protocolo UDP/I P.	1999	Juego de fútbol soccer.
(Portugal & Rocha, 2013)				✓	Teoría de grafos, multiagentes.	2013	Sistemas de patrullaje autónomo.
(Rosenfeld, Kaminka & Kraus, 2006)				✓	Ley de retorno marginal.	2006	Diversas, sin especificar.

III. Conclusiones

Se ha presentado una bibliografía comentada de la robótica cooperativa de sus inicios y hasta el 2013, enfocándose en las tareas de localización, navegación, comunicación y escalabilidad. Todas estas tareas son indispensables para el transporte de objetos por robots de manera colaborativa. Se presentó también una tabla resumen donde se aprecian los sustentos teóricos vinculados y las posibles aplicaciones de la robótica cooperativa que sin duda pueden convertirse en los próximos años en importantes innovaciones tecnológicas.

Referencias

- Ahmad, A. (2013). *An Integrated Bayesian Approach to Multi-Robot Cooperative Perception*. Lisboa: Universidad Técnica de Lisboa Instituto Superior Técnico.
- Ahmed, N.; Sample, E.; Yang, T.-L.; Lee, D.; de la Garza, L.; Elsamadisi, A. & Campbell, M. (2013). Towards Cooperative Bayesian Human-Robot Perception: Theory, Experiments, Opportunities. *AAAI 2013 Workshop on Intelligent Robotics Systems*, pp. 104-109.
- Almeida, A. (2003). *Patrulhamento Multiagente em Grafos com Pesos*. Pernambuco, Brazil: Univ. Federal de Pernambuco.
- Baddeley, B.; Philippides, A.; Graham, P.; Hempel de Ibarra, N.; Collett, T. & Husbands, P. (2009). "What can be learnt from analysing insect orientation flights using probabilistic SLAM?" *Biological Cybernetics*, pp. 169-182.
- Bekey, G.; Ambrose, R.; Kumar, V.; Lavery, D.; Sanderson, A.; Wilcox, B.; Zheng, Y. (2008). *Robotics State of the art and future challenges*. London: Imperial College Press.
- Bonabeau, E.; Dorigo, M. & Theraulaz, G. (1999). *Swarm Intelligence from Natural to Artificial Systems*. New York, USA: Oxford University Press.
- Bourgault, F.; Furukawa, T. & Durrant-Whyte, H. F. (2004). "Decentralized Bayesian Negotiation for Cooperative Search". *International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Sendai: IEEE/RJS, pp. 2681-2686.
- Chevaleyre, Y. (2004). Theoretical analysis of the multi-agent patrolling problem. Proceedings of the Intelligent Agent Technology: IAT'04, IEEE/WIC/ACM (International Conference). Beijing, pp. 302-308.
- Chia, H. & Hsu, H. (2007). "Applying a taxonomy of formation control in developing a robotic system". *International Journal on Artificial Intelligence Tools*, volume 16(4), pp. 565-582.
- Elmaliach, Y., Agmon, N. & Kaminka, G. (2007). Multi-robot area patrol under frequency constraints. Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Roma. pp. 385-390.
- Fallahi, K. & Leung, H. (2010). "A cooperative mobile robot task assignment and coverage planning based on chaos synchronization". *International Journal of Bifurcation and Chaos*, volume 20(1), pp. 161-176.
- Ioannidis, K.; Sirakoulis, G. C. & Andreadis, I. (2011). "A path planning method based on cellular automata for cooperative robots". *Applied Artificial Intelligence*, volume 25, pp. 721-744.
- Machado, A., Ramalho, G., Zucker, J. & Drogoul, A. (July de 2002). Multi-agent patrolling: an empirical analysis of alternative Architectures. *Multi-Agent-Based Simulation, 3rd International Workshop, Bologna*, pp. 155-170
- Ozaki, K.; Yokota, K.; Matsumoto, A. & Asama, H. (1999). "Communication system for cooperative mobile robots- implementation of communication among soccer robots". *Advanced Robotics*, volume 13(3), pp. 287-288.
- Portugal, D. & Rocha, R. P. (2013). "Multi-robot patrolling algorithms: examining performance and scalability". *Advanced Robotics*, volume 27(5), pp. 325-336.
- Rosenfeld, A., Kaminka, G. A. & Kraus, S. (2006). A study of Scalability Properties in Robotic Teams. *Coordination of Large-Scale Multi-agents Systems*, volume 7, pp. 27-51.
- Sanderson, A. C. (1998). *A distributed algorithm for cooperative navigation among multiple mobile robots*. *Advanced Robotics*, volume 12(4), pp. 335-349.
- Yang, X., Watanabe, K. & Izumi, K. (2005). "A concept of common reference object to the cooperative transportation of multiple mobile robots". *International Journal of Knowledge-based and Intelligent Engineering Systems*, (9), pp. 209-221.

El Razonamiento Lógico en la Enseñanza de las Matemáticas

Por Francisco Javier Pérez Rojas

“La palabra *problema* proviene del griego, cuyo significado, es ‘lanzar adelante’. Un problema es un obstáculo arrojado, ante la inteligencia para ser superado...”

José Heber Nieto

Introducción

El razonamiento lógico matemático es básico en la enseñanza de las Matemáticas, en ocasiones los alumnos quieren o piensan que el saber Matemáticas es aprender conceptos, realizar muchos ejercicios o resolver problemas en unos cuantos segundos o minutos.

La mayoría de las personas (incluidos los alumnos) creen que el hacer ejercicios es lo mismo que resolver problemas, pero esto no es verdad. Para hacer ejercicios (la mayoría de las veces) el camino que el alumno necesita recorrer para lograrlo está basado en un proceso automatizado, mientras que al resolver problemas la mayoría de las veces lo que el alumno necesita es un razonamiento lógico.

El apropiado uso de palabras, términos y conceptos matemáticos es fundamental también para la correcta enseñanza y aprendizaje de la asignatura.

Desarrollo

En muchas ocasiones se piensa que “ser bueno” en Matemáticas es un sinónimo de poder realizar operaciones de forma mental y en el menor tiempo posible, o peor aún, el saber muchas definiciones, generalmente memorizadas, sin entender en algunos casos el significado de los conceptos.

Si bien es importante, por ejemplo, que el alumno sepa las tablas de multiplicar, que la mayoría de las veces, sino es que todas, las aprende de forma memorizada: es aún más importante explicarle lo que representan, es decir, que una multiplicación es una suma abreviada, y más importante es, enseñarle la aplicación de estas tablas de multiplicar en situaciones de uso cotidiano.

Las operaciones aritméticas básicas se emplean en la vida diaria (su uso no es exclusivo del ámbito académico) y los alumnos deben ser conscientes de su uso y aplicación porque, de nada servirá saber que ocho por nueve es igual a setenta y dos, si el chico, cuando compra no es capaz de saber que por ocho productos de nueve pesos cada uno, tendrá que pagar setenta y dos pesos por ellos.

La solución de ejercicios es un buen método para mejorar capacidades matemáticas, en cuanto a la destreza para manejar operaciones básicas e incluso para mejorar el tiempo de realización de los mismos. Pero la solución constante de ejercicios muy semejantes entre sí (entiéndase cambiando únicamente valores numéricos) provocan que, después de haber resuelto unos cuantos inicialmente, los demás se harán de forma sistematizada y automatizada, es decir, si el alumno ya sabe cómo resolver un ejercicio de nada o de muy poco servirá que resuelva varios de ellos que sean semejantes. Una solución ante este estancamiento es ir aumentando gradualmente el nivel de dificultad de los ejercicios a realizar.

La enseñanza de las Matemáticas debe estar basada siempre en el razonamiento lógico, no en la aplicación de fórmulas que se han asimilado por memorización, en el mejor de los casos, o peor aún, siempre consultando un formulario, donde entonces el problema se reduce a sustituir números por variables planteadas por la fórmula y ejecutar generalmente de las operaciones con la calculadora, ya ni siquiera de forma manual. Generalmente es muy fácil para el alumno, por ejem-

plo, determinar el perímetro de un cuadrado ya sabiendo o dándole la información que la fórmula del perímetro es: Perímetro es igual a longitud del lado multiplicada por cuatro ($P = 4L$), o bien, calcular el área de un cuadrado, lo cual se obtiene multiplicando la longitud de su lado por este mismo valor, es decir, elevando al cuadrado la longitud del lado ($A = L^2$). Los ejemplos anteriores podríamos considerarlos como ejercicios, pero lo importante es la aplicación basada en el razonamiento.

La aplicación del razonamiento es pasar de la realización de un ejercicio, a la solución de un problema, como pudiera ser determinar el perímetro de un cuadrado que tiene como área 40 metros cuadrados, o al resolver un problema basado en una ecuación de segundo grado: “... en varias circunstancias, solo una de las soluciones es válida, pero en otras, en particular en problemas puramente numéricos, siempre hay dos soluciones correctas...” (Romero, 2016).

Para la enseñanza, aprendizaje y razonamiento, no solo en el área Matemática, sino en cualquier área de conocimiento, es básico emplear las palabras adecuadas para describir correctamente los conceptos, ya que “... los alumnos pueden confundir una expresión algebraica con una ecuación...” (Baltazar, 2016). Además, al alumno debe enseñársele los procedimientos con las palabras adecuadas, por ejemplo: la división de fracciones no se resuelve aplicando la “ley del taco”, sino multiplicando numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción, cuyo producto será el numerador de la fracción resultante y multiplicando el denominador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción, cuyo producto será el denominador de la fracción resultante, proceso el cual está basado en el concepto que dividir entre un número equivale a multiplicar por su inverso aditivo.

Otro claro ejemplo es cuando al alumno se le plantea el problema de hallar un número al cual al sumarle tres unidades el resultado será veinte, en ocasiones, las menos, el alumno propone un número “cercano” al veinte, quizás dieciocho, verificando que al sumarle tres unidades no se obtiene el resultado deseado, veinte en este caso, sino que se obtiene veintiuno, una unidad más que lo deseado, por lo que se cambia de elec-

Conclusiones

ción ahora al diecisiete para que ahora sí, al sumarle tres unidades, se obtenga el número veinte.

La mayoría de los alumnos, para resolver este problema, lo que hacen es restar tres unidades al número veinte, lo cual le permitirá obtener la solución al problema, pero que pasará con cantidades mayores, o con otro tipo de números como pueden ser los números fraccionarios o los números decimales, entonces este camino ya no será el mejor.

Lo ideal en este tipo de problemas será enseñar a encontrar una solución con base a un modelo que generalice problemas de este tipo, en este caso en particular, se debe recurrir a plantear una ecuación: que mejor que iniciar con un ejercicio simple como el anteriormente mencionado.

Si a un número que se desconoce (la incógnita del problema, que comúnmente se le asigna la letra x , al sumarle tres unidades se obtiene como resultado veinte, entonces la ecuación quedaría planteada de la siguiente manera:

$$X+3=20$$

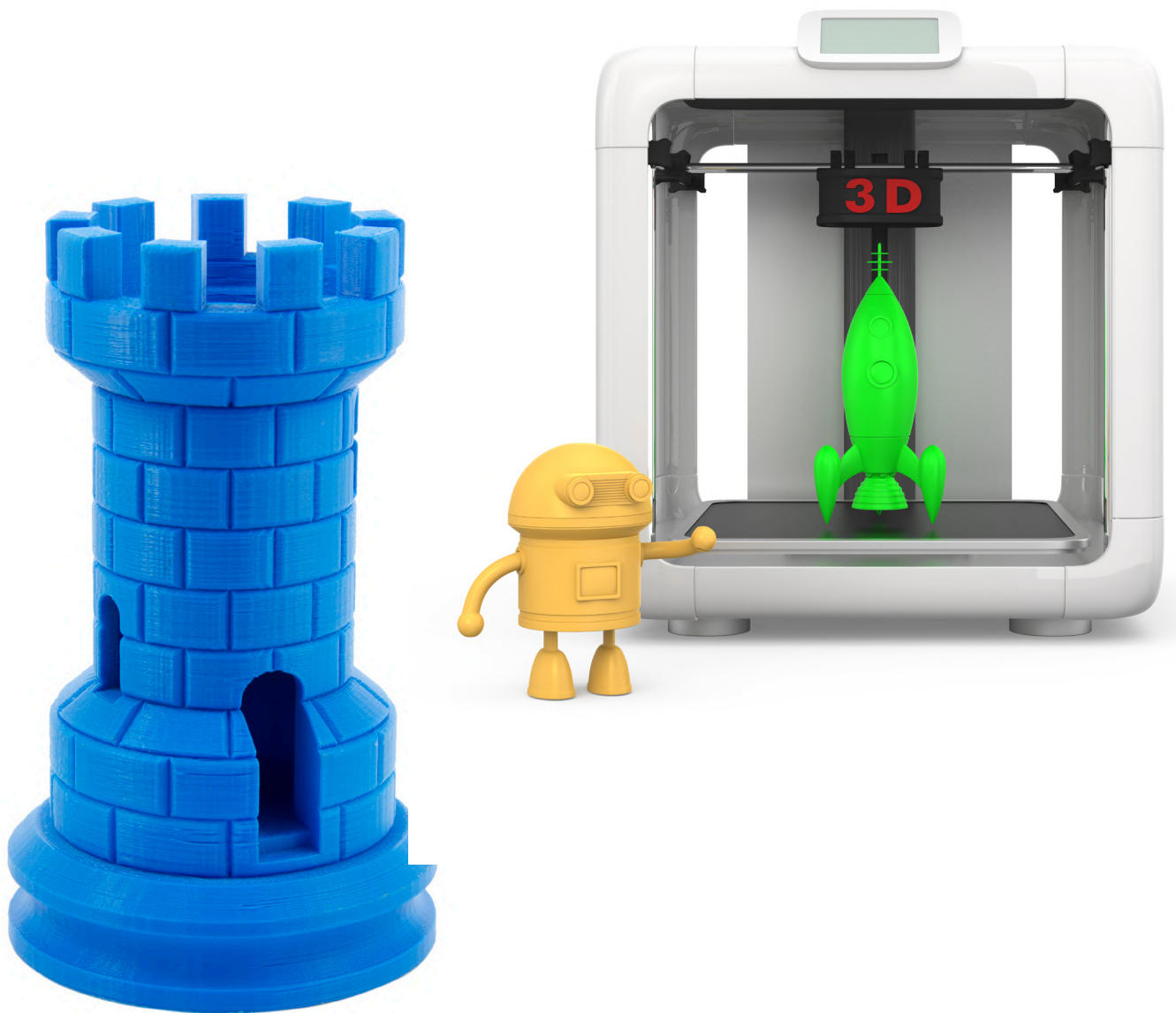
La enseñanza de las Matemáticas debe estar siempre basada en el razonamiento del alumno, la memorización no es mala, pero hay que usarla únicamente cuando sea estrictamente necesario, que debe ser la minoría de las ocasiones, la asimilación de conceptos se puede llevar a cabo con resolución de ejercicios, pero siempre verificando que una vez entendido el concepto el nivel de dificultad debe ser obligatoriamente ya mayor y culminar con problemas de aplicación donde se requiera razonar y no reproducir conceptos, fórmulas y ejercicios previamente establecidos.

Referencias

- Baltazar, C. (2016). *Matemáticas 2*. México: Castillo.
- Nieto Said, J. H. (2004) *Resolución de problemas matemáticos*. Recuperado de <https://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2013/09/respropr1.pdf>
- Romero, S. (2016). *Matemáticas 3*. México: Castillo.
- Sagüillo José (2014) *El pensamiento lógico matemático*. México: Akal.
- Secretaría de Educación Pública (SEP). (2018). Recuperado de <http://basica.sep.gob.mx/>

Impresión 3D: **UVP** **KALTIA**

Claudio Alfredo Jiménez Carranza
Mónica Pérez Castañeda
Guadalupe Scarlett Pineda Rivera

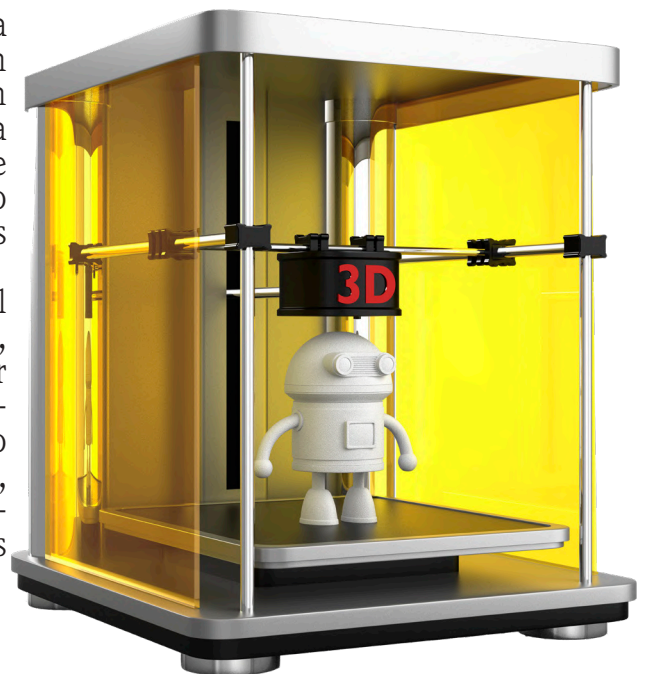




CENTRO DE IMPRESIÓN 3D UVP KALTIA

En la actualidad, la tecnología se encuentra en la base de una serie de transformaciones que, a ritmo acelerado, se difunden por el mundo. La tecnología es creada por el hombre con el fin de satisfacer una necesidad, por lo que se encuentra en una constante evolución intentando solucionar los problemas que aparecen en la sociedad. Se puede decir que hemos tenido un avance enorme, que quizá, nunca imaginaron nuestros ancestros.

La humanidad ha logrado grandes avances que van desde; el primer avión en 1903, la invención de antibióticos en 1928, el uso de energía nuclear en 1942, el primer hombre en pisar la luna en 1969, hasta el desarrollo, la invención y la masificación de los medios de comunicación en el siglo XX, solo por mencionar algunos. Ahora estamos en una nueva etapa, en la era de los medios digitales, en la medicina y, obviamente, en la industria, la cual ha pasado por cuatro revoluciones que han marcado la historia.



Actualmente atravesamos la cuarta revolución industrial que consiste en la aplicación del internet a la industria en el manejo de los productos: para ello se usan la digitalización, las tecnologías de la información y los dispositivos inteligentes, conectando redes, comunicando máquinas, adaptando servicios a los clientes en cualquier parte del mundo.

Lo antes mencionado es impresionante, pero ¿qué habríamos logrado sin los descubrimientos de las antiguas culturas? No es un secreto que gracias a las diferentes culturas mayas, olmecas, totonacas, incas, mixtecas (por mencionar algunas pertenecientes a México) hemos labrado un camino que nos ha direccionado hasta donde estamos. Es por ello que se vuelve importante otorgarles méritos.

Por lo anterior, la Universidad del Valle de Puebla cree conveniente ir al ritmo de los avances tecnológicos, abriendo las puertas a la tecnología y las innovaciones. Es por ello que la Universidad abre del Centro de Impresión 3D “Kaltia” para así permitir que la comunidad UVP conozca y utilice las nuevas técnicas aditivas que facilitan la creación de piezas, mecanismos complejos, objetos personalizados, entre otros.

En la cultura Náhuatl el vocablo “kaltia” significa construir, que es la acción encargada de crear una obra de escultura, en diferentes materiales como; madera, piedra o metal. Esto es lo que la Universidad del Valle de Puebla hará en el centro de impresiones; creará diseños delicados y complejos, casi perfectos. El logotipo diseñado representa la digitalización de un modelo en 3D: representa la conexión que tiene el internet con las cosas y va de la mano con conceptualización de la industria 4.0.

¿Qué es una impresora 3D?

Una impresora 3D es un dispositivo capaz de generar un objeto sólido tridimensional a partir de filamentos plásticos de diferentes características. El equipo con el que cuenta la Universidad es la impresora Cube Pro (véase figura 1) y MAKERBOT REPLICATOR+ (véase figura 2) de acuerdo a las características técnicas y a la capacidad de producción de la misma es como se realizará el cálculo de ganancias y costos de operación.



 Fig. 1. Impresora Cube Pro



 Fig. 2. Impresora Makerbot

El servicio de impresión se basará en actividades destinadas a la impresión de archivos digitales, diseño y rediseño y la entrega de piezas en 3D, las actividades a desarrollar serán:

- Impresión en 3D de archivos en formato stl con material PLA y ABS con 3 calidades de impresión (Premium, Estándar y Draft).

A continuación, se muestra el tríptico que explica quiénes somos, algunas características de la impresión 3D y un mapa de la ubicación.

Lunes	15:00-19:00 Hrs.
Martes	15:00-19:00 Hrs.
Miércoles	15:00-19:00 Hrs.
Jueves	15:00-19:00 Hrs.
Viernes	15:00-19:00 Hrs.
Sábado	09:00-13:00 Hrs.



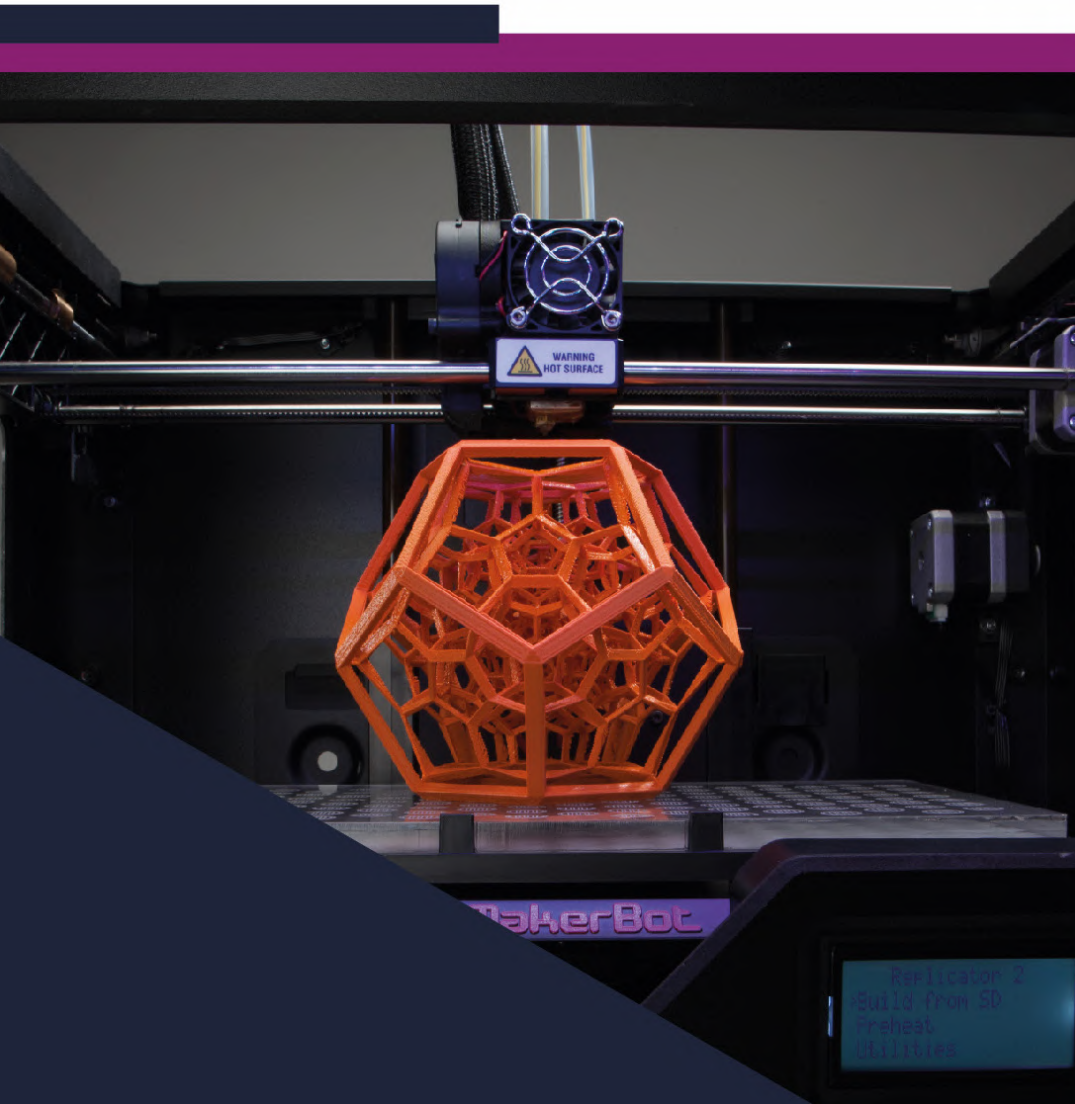
Referencias:

- Luiyer Marquina. (2013). Tecnología. 2018, de SlideShare Sitio web: // es.slideshare.net/LuiyerMarquina/ensayo-de-la-tecnologia-17068067
- Pino, F. (2003). Los 10 avances científicos más importantes del siglo XX. 18/02/19, de VIX Sitio web: <https://www.vix.com/es/btg/curiosidades/3804/los-10-avances-cientificos-mas-importantes-del-siglo-xx>
- Gran Diccionario de la Lengua Español. (2006). Significado. 18/02/18, de Larousse Editorial, S.L Sitio web: <https://es.thefreedictionary.com/esculpidos>
- Rémi Siméon. (1977). *Vocabulario Náhuatl*. 18/02/19, de Vocabulario Sitio web: http://www.vocabulario.com.mx/nahuatl/diccionario_nahuatl_e2.html

¿Qué es la impresión 3D?

La impresión 3D es un grupo de tecnologías de fabricación por adición donde un objeto tridimensional es creado mediante la superposición de capas sucesivas de material.

Las impresoras 3D ofrecen a los usuarios la capacidad para imprimir partes y montajes hechos de diferentes materiales con diferentes propiedades físicas y mecánicas



Coordinación de Imagen y Diseño A

Calle 3 Sur 5904, El C

266 94 8



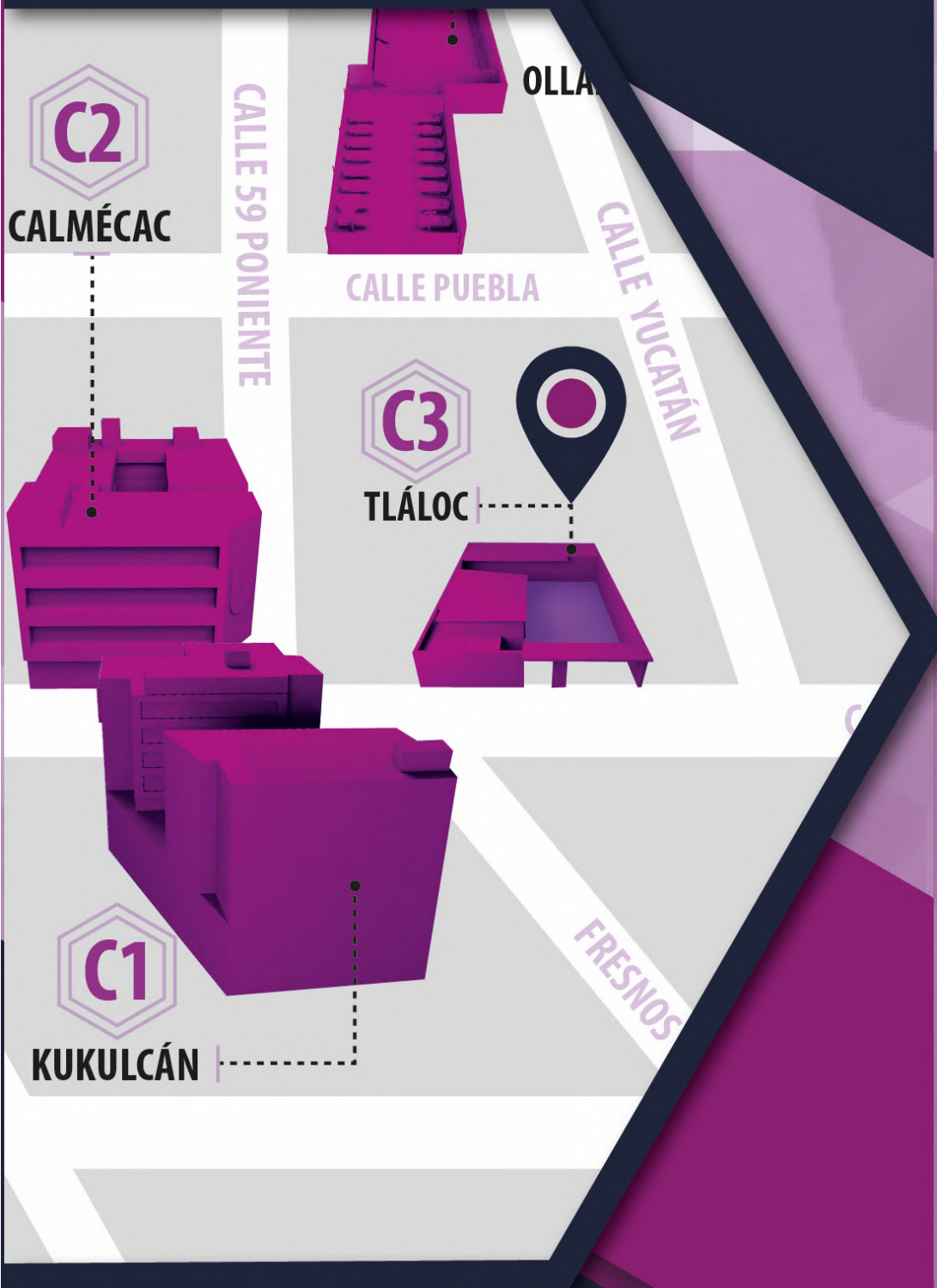
CENTRO DE
IMPRESION 3D
UVP
KALTIA

ingeniería Mecánica
Automotriz

Cerrito, Puebla, Pue.

8 Ext. 716

¿Cómo llegar?



Complejo Tláloc
Búnker
de Ingenierías

¿Qué podemos
con imp

3D

Objetos per

Modelos de

Mecanismos

Piezas de p
comer

Proceso de Impresión

¿Cómo realizar
impresión
3D?



Personalizados



Estructuras



Partes complejas



Productos
comerciales



Pide una cotización de tu diseño que deberás llevar en formato S.L.T.



Paga el saldo en Tiendas UVP



Recoge tu pieza en el tiempo establecido.



Calle 3 Sur 5759, El Cerrito,
C.P. 72440 Puebla, Pue.

